

Exemples de tableaux de variations avec tabvar

Un exemple simple : $f(x) = \frac{x^3 + 2}{2x}$ $f'(x) = \frac{x^3 - 1}{x^2}$.

| | | | | | | | | | | | |
|---------|-----------|----------------|-------------|------------|-----------|------------|-----------|------------|---------------|------------|-----------|
| x | $-\infty$ | $-\sqrt[3]{2}$ | 0 | 1 | $+\infty$ | | | | | | |
| $f'(x)$ | $-$ | $-$ | \parallel | $-$ | 0 | $+$ | | | | | |
| $f(x)$ | $+\infty$ | \searrow | 0 | \searrow | $+\infty$ | \searrow | $-\infty$ | \searrow | $\frac{3}{2}$ | \searrow | $+\infty$ |

Le codage du tableau est le suivant :

$$\begin{array}{|c|cccccccc|} \hline x & -\infty & & -\sqrt{3} & 2 & & 0 & & & 1 & & +\infty \\ \hline f'(x) & & - & & & - & \overline{} & - & & 0 & + & \\ \hline \text{\niveau{3}{3}f(x)} & & & & & & & & & & & \\ & +\infty & & & & & & & & & & \text{\decroit} \\ & 0 & & & & & & & & & & \text{\decroit} \\ & \text{\discont{-}\infty}{<}{+\infty} & & & & & & & & & & \text{\decroit} \\ & \text{\frac{3}{2}} & & & & & & & & & & \text{\croit} \\ & +\infty & & & & & & & & & & \\ \hline \end{array}$$

L'argument optionnel de `\discont` n'a pas été utilisé, on obtiendrait une meilleure présentation en lui donnant la valeur 1, ce qui écarterait d'un interligne les valeurs $+\infty$ et $-\infty$, mettant ainsi les trois valeurs $+\infty$ sur la même ligne.

D'autre part, $f(x)$ est placé au niveau 3 par la commande `\niveau`. Si on souhaitait que $f(x)$ soit placé plus bas, au niveau 2 par exemple, il faudrait coder :

```
\niveau{2}{3}{f(x)} &\niveau{3}{3}+\infty
```

Voici le résultat obtenu avec ces deux modifications :

| | | | | | |
|---------|-----------|----------------|-------------|------------|---------------|
| x | $-\infty$ | $-\sqrt[3]{2}$ | 0 | 1 | $+\infty$ |
| $f'(x)$ | $-$ | $-$ | \parallel | $-$ | $0 \quad +$ |
| $f(x)$ | $+\infty$ | \searrow | 0 | \searrow | $+\infty$ |
| | | | \searrow | $-\infty$ | |
| | | | | \nearrow | $\frac{3}{2}$ |
| | | | | | $+\infty$ |

Une présentation plus traditionnelle du tableau de variations serait la suivante (on renonce à l'utilisation de `\discont` et on remplace la colonne **C** par trois colonnes **LCR**, la colonne centrale contenant une double barre). On ajoute également des filets verticaux pour les valeurs remarquables de la fonction ou de sa dérivée grâce à la commande `\barre{}`¹ (argument *obligatoire*, éventuellement vide).

| | | | | | |
|---------|--------------------|----------------|-----------|---|-----------|
| x | $-\infty$ | $-\sqrt[3]{2}$ | 0 | 1 | $+\infty$ |
| $f'(x)$ | $-$ | $-$ | $ $ | $- \quad 0 \quad +$ | |
| $f(x)$ | $+\infty \searrow$ | $0 \searrow$ | $-\infty$ | $+\infty \searrow \quad \frac{3}{2} \nearrow$ | $+\infty$ |

Le codage est le suivant :

```
\[ \begin{tabvar}{|C|CCCCLCRCCCC|} \hline
x      & -\infty & & -\sqrt[3]{2} & & 0 & & 1 & & +\infty \\
\\ \hline
f'(x) & & & \barre{} & & \dbarre & & \barre{0} & & \\
\\ \hline
\niveau{2}{3}f(x)
      & \niveau{3}{3}+\infty & & & & & & \decroit & & \\
      & \barre{0} & & & & & & \decroit & & \\
      & -\infty & & \dbarre & & \niveau{3}{3}+\infty & & \decroit & & \\
      & \barre{\frac{3}{2}} & & & & & & \croit & & \\
      & +\infty & & & & & & & & \\
\\ \hline
\end{tabvar} \]
```

Noter la présence de la seconde commande `\niveau` pour positionner le terme $+\infty$ au niveau 3 après la discontinuité.

1. Cette commande n'est disponible que depuis la version 1.1 (mai 2007) de `tabvar`.

Un exemple de courbe paramétrée : $x(t) = t + \frac{1}{t}$ $y(t) = t + \frac{1}{2t^2}$.

| | | | | | | |
|---------|-----------|----------------|-----------|---------------|-----------|-----|
| t | $-\infty$ | -1 | 0 | 1 | $+\infty$ | |
| $x'(t)$ | $+$ | 0 | $-$ | $-$ | 0 | $+$ |
| $x(t)$ | $-\infty$ | -2 | $+\infty$ | 2 | $+\infty$ | |
| $y(t)$ | $-\infty$ | $-\frac{1}{2}$ | $+\infty$ | $\frac{3}{2}$ | $+\infty$ | |
| $y'(t)$ | $+$ | 2 | $+$ | $-$ | 0 | $+$ |

Le codage est le suivant :

```

\[\begin{tabvar}{|C|CCRRCCCC|} \hline
t      &-\infty & & -1 & & 0      & & 1 & & +\infty \\
\\ \hline
x'(t) & & + & 0 & - & \dbarre & - & 0 & + & \\
\\ \hline
\niveau{1}{3}
x(t) &-\infty & & & & & & & & \croit \\
      & & -2 & & & & & & & \decroit \\
      & & & \discont[1]{-\infty}{<}{+\infty} & & & & & & \decroit \\
      & & 2 & & & & & & & \croit \\
      & & & +\infty & & & & & & \\
\\ \hline
\niveau{1}{3}
y(t) &-\infty & & & & & & & & \croit \\
      & & -\frac{1}{2} & & & & & & & \croit \\
      & & & +\infty & & & & & & \decroit \\
      & & & \frac{3}{2} & & & & & & \croit \\
      & & & & +\infty & & & & & \\
\\ \hline
y'(t) & & + & 2 & & + & \dbarre & - & 0 & + & \\
\\ \hline
\end{tabvar}\]

```

Le même tableau de variations en présentation « traditionnelle ».

| | | | | | |
|---------|-----------|------------|----------------|------------|-----------|
| t | $-\infty$ | -1 | 0 | 1 | $+\infty$ |
| $x'(t)$ | | $+$ | 0 | $-$ | |
| $x(t)$ | $-\infty$ | \nearrow | -2 | \searrow | $-\infty$ |
| $y(t)$ | $-\infty$ | \nearrow | $-\frac{1}{2}$ | \searrow | $+\infty$ |
| $y'(t)$ | | $+$ | 2 | $+$ | |

Le codage est le suivant :

```
\[ \begin{tabvar}{|C|CCCCRCLCCCC|} \hline
t      & -\infty & & -1      & & 0      & & 1      & & +\infty \\
\\ \hline
x'(t) & & & & & & & & & \\
& & & & & & & & & \\
\\ \hline
\niveau{1}{3}
x(t) & -\infty & & & & & & & & \croit
& & & & & & & & & \decroit
& -\infty & & \dbarre & & \niveau{3}{3}+\infty & & \decroit
& \barre{2} & & & & & & \croit
& +\infty & & & & & & \\
\\ \hline
\niveau{1}{3}
y(t) & -\infty & & & & & & & & \croit
& & & & & & & & & \croit
& +\infty & & \dbarre & & +\infty & & \decroit
& \barre{\frac{3}{2}} & & & & & & \croit
& +\infty & & & & & & \\
\\ \hline
y'(t) & & & + & & 2 & & + & & \\
\\ \hline
\end{tabvar} \]
```

Noter que le type de la colonne $t = -1$ a dû être changé de R à C pour permettre l'ajout du filet vertical.

Le même tableau encore, mais cette fois on utilise les flèches dessinées en MetaPost.

| | | | | | | |
|---------|-----------|----------------|-----------|-----------|---------------|-----------|
| t | $-\infty$ | -1 | 0 | 1 | $+\infty$ | |
| $x'(t)$ | $+$ | 0 | $-$ | $-$ | 0 | $+$ |
| $x(t)$ | $-\infty$ | -2 | $-\infty$ | $+\infty$ | 2 | $+\infty$ |
| $y(t)$ | $-\infty$ | $-\frac{1}{2}$ | $+\infty$ | $+\infty$ | $\frac{3}{2}$ | $+\infty$ |
| $y'(t)$ | $+$ | 2 | $+$ | $-$ | 0 | $+$ |

Le choix entre les flèches MetaPost et celles de Michel BOVANI se fait normalement soit à l'aide des options de `tabvar` (`\usepackage[FlechesMP]{tabvar}`) soit dans le préambule ou dans le fichier `tabvar.cfg`, à l'aide du drapeau `\FlechesMP :` `\FlechesMPtrue` pour les flèches MetaPost (par défaut les flèches « bovaniennes » sont utilisées).

Un exemple de fonction non définie partout : $f(x) = \sqrt{\frac{x-1}{x+1}}$.

| | | | | | |
|---------|-----------|-----------|--|-----------|-----------|
| x | $-\infty$ | -1 | | 1 | $+\infty$ |
| $f'(x)$ | $+$ | | | $+\infty$ | $+$ |
| $f(x)$ | 1 | $+\infty$ | | 0 | 1 |

Le codage est le suivant :

```

\[\begin{tabvar}{|C|CCRNLC|} \hline
x      &-\infty & & -1 & \hspace*{15mm} & 1      & & & +\infty \\
\\ \hline
f'(x)  &        & + &      &          & +\infty & + &      & \\
\\ \hline
\niveau{1}{2}
f(x)   &1       & \croit & +\infty &      &      &      &      & \\
        &        & \niveau{1}{2}0 & \croit & 1    &      &      &      & \\
\\ \hline
\end{tabvar}\]

```

La largeur de la colonne grisée est fixée à 15mm par le `\hspace*{15mm}` placé dans une ligne quelconque du tableau. Certains visualiseurs (Xdvi par exemple) n'affichent pas correctement les couleurs; en cas de doute, vérifier sur une sortie PostScript ou PDF.

Noter l'emploi d'une seconde commande `\niveau{1}{2}` pour positionner la valeur de f au point 1 (sans celle-ci, cette valeur serait placée au niveau de la valeur précédente, ici $+\infty$).

Si on prolongeait la définition de f en posant $f(x) = 0$ sur $[-1, 1]$ on aurait le tableau suivant :

| | | | | | | | | |
|---------|-----------|-------------|-----------|-----------|-------------------|-----|------------|-----|
| x | $-\infty$ | -1 | 1 | $+\infty$ | | | | |
| $f'(x)$ | $+$ | \parallel | 0 | $+\infty$ | $+$ | | | |
| $f(x)$ | 1 | \nearrow | $+\infty$ | 0 | \longrightarrow | 0 | \nearrow | 1 |

Le codage est le suivant :

```

\[\begin{tabvar}{|C|CCRCCCC|} \hline
x      &-\infty & & & & & -1      & & & 1      & & & +\infty \\
\\ \hline
f'(x)  & & & +      & & & & & \dbarre & 0      & & +\infty & + & \\
\\ \hline
\niveau{1}{2}
f(x)   &1      & & & \croit & +\infty & & \niveau{1}{2}0
& & & & & & & \constante & 0 & & \croit & 1

\\ \hline
\end{tabvar}\]
```